

★★★★ 答题一律做在答题纸上, 做在试卷上无效。★★★★

注意: 本试卷中, $u(t)$ 和 $u[n]$ 分别为连续和离散时间单位阶跃信号; $\delta(t)$ 和 $\delta[n]$ 分别为连续和离散时间单位冲激信号。

一、(20分)

(1) 已知 $x_1[n] = (n+1)u[n]$, $x_2[n] = u[n] - 2u[n-1] + u[n-2]$, 计算 $x[n] = x_1[n] * x_2[n]$, 并画出 $x[n]$ 的波形。 (10分)

(2) 已知一个线性时不变系统, 当输入信号 $x(t) = e^{-2t}u(t)$ 时, 系统的输出

$$y(t) = e^{-t}, -\infty < t < \infty$$

试求该系统的单位冲激响应 $h(t)$, 并判断该系统的因果性和稳定性。 (10分)

二、(20分)

已知一个因果线性时不变系统满足如下微分方程:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5 \frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = 2 \frac{dx(t)}{dt} + 5x(t)$$

(1) 求系统函数 $H(s)$ 和单位冲激响应 $h(t)$, 并判断该系统是否稳定。 (8分)

(2) 当输入 $x(t) = e^{-t}u(t)$, $y(0_-) = 2$, $\left. \frac{dy(t)}{dt} \right|_{t=0_-} = 0$ 时, 求系统的全响应 $y(t)$, 并指出零输入响应和零状态响应。 (12分)

三、(30分)

如图 1(a) 所示系统 S_1 是一个线性时不变系统, 当输入信号 $x(t) = u(t-1)$ 时, 系统的零状态响应 $y_1(t) = e^{-3(t-1)}u(t-1)$ 。

(1) 求系统 S_1 的单位阶跃响应 $s_1(t)$ 和单位冲激响应 $h_1(t)$ 。 (6分)

(2) 求输入信号为 $x(t) = (t-2)e^{-(t-2)}u(t-2)$ 时的零状态响应 $y_1(t)$ 。 (10分)

(3) 系统 S_1 和 S_2 如图 1(b) 所示级联, 且 S_2 的输入输出关系为 $y(t) = \int_{-\infty}^t y_1(\tau) d\tau$, 求级联系统总的单位冲激响应 $h(t)$ 。 (10分)

(4) 求该级联系统的单位阶跃响应 $s(t)$ 。 (4分)

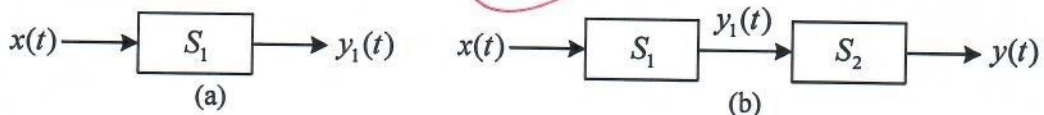


图 1

四、(20分)

考虑一个调制系统，该系统同时输入两个信号 $m_1(t)$ 和 $m_2(t)$ ，分别与载波 $\cos(\omega_c t + \alpha_1)$ 和 $\cos(\omega_c t + \alpha_2)$ 相乘后，通过公共信道传输。在接收机中，将该混合信号再分别与这两个载波相乘，要求利用低通滤波器解调出原信号 $m_1(t)$ 和 $m_2(t)$ 。

- (1) 解调出 $m_1(t)$ 和 $m_2(t)$ ，相角 α_1 和 α_2 需要满足什么条件。 (14分)
- (2) 写出 3 个 α_1 和 α_2 的组合，取值在 $(-\pi, \pi)$ 之间。 (6分)

五、(30分)

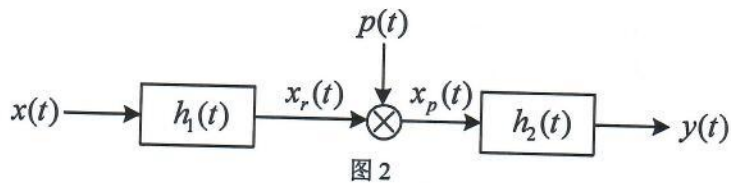
已知一个因果的离散时间滤波器，其输入输出满足如下差分方程

$$y[n] + 0.25y[n-1] - 0.125y[n-2] = x[n] - x[n-1] - 0.75 \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2^k} x[n-k-1]$$

- (1) 试将式子 $\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{2^k} x[n-k-1]$ 写成两个信号的卷积形式。 (5分)
- (2) 求该滤波器的系统函数 $H(z)$ 及其收敛域，画出其零极点图。 (10分)
- (3) 该系统稳定吗？若稳定，写出其频率响应表达式 $H(e^{j\Omega})$ ，并指出该系统是什么类型的滤波器（低通、高通、带通、带阻、全通、最小相位等）。 (10分)
- (4) 当输入信号 $x[n] = 2 + \cos(\pi n + \pi/4)$ 时，系统的输出 $y[n]$ 。 (5分)

六、(30分)

如图 2 所示系统。



其中 $x(t) = \frac{(\sin 50t)^2}{\pi t^2}$, $h_1(t) = \frac{\sin 50t}{50\pi t}$, $x_p(t) = x_r(t)p(t)$, $p(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - 0.04\pi k)$, 其中

k 为整数, $h_2(t) = e^{-t^2}$, 试回答以下问题:

- (1) 求 $x(t)$ 和 $h(t)$ 的傅里叶变换 $X(j\omega)$ 和 $H(j\omega)$, 并画图。 (10分)
- (2) 写出 $x_r(t)$ 、 $p(t)$ 和 $x_p(t)$ 的频谱函数, 并画图。 (15分)
- (3) 求 $y(t)$ 。 (5分)