★★★★ 答题一律做在答题纸上，做在试卷上无效。★★★★

一、判断题。（本题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1、当某线性规划问题具有无界解时，其对偶问题也具有无界解。

2、如果线性规划问题存在最优解，则最优解不一定是其可行域边界上的一个顶点。

3、在目标规划的数学模型中，正偏差变量应取正值，负偏差变量应取负值。

4、整数线性规划的最优目标函数值一定优于其对应的松弛问题的最优目标函数值。

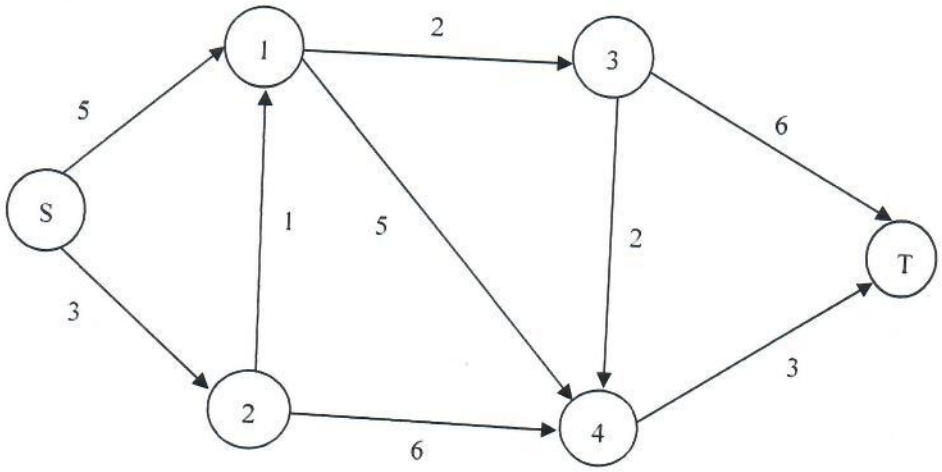
5、线性规划模型中，若目标函数中某一变量的系数发生变化，该模型的可行域也将发生变化。

二、计算题。（本题共 2 小题，第 1 小题 5 分，第 2 小题 20 分，共 25 分）

下图为某地区的交通网络图，结点表示城市，边上的数字表示城市间的公路距离（单位：公里），现要求出从 S 城到 T 城的最短路径和最短路长。

1、可以选用哪些运筹学方法求解上述问题？（至少列举两种方法）

2、请选用一种方法求解上述问题。



三、计算题。（本题共 3 小题，第 1 小题 5 分，第 2 小题 10 分，第 3 小题 5 分，共 20 分）

甲、乙两人进行零和对策，两人的纯策略集分别为 $S_1=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\}$，$S_2=\{\beta_1,\beta_2,\beta_3\}$，甲的赢得矩阵为：$A=\begin{bmatrix}3 & 1 & 4\\ 2 & x & 9\\ 2 & 1 & 5\end{bmatrix}$，

1、当 x 为何值时，纯策略矩阵对策 $G=\{S_1,S_2,A\}$ 有平衡局势，且对策值为 x？

2、当 x=3 时，求混合策略矩阵对策 $G^*=\{S_1^*,S_2^*,E\}$ 的解。

3、将甲的赢得矩阵更改为 $A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2\\ 0 & 1 & a\\ b & -1 & 3\end{bmatrix}$，若矩阵对策的解与第 2 小题一致，求 a，b 的值？此时，矩阵对策的值是多少？

四、计算分析题。（本题共 4 小题，第 1 小题 12 分，第 2 小题 4 分，第 3 小题 12 分，第 4 小题 7 分，共 35 分）

某食用油加工厂建立一个关于收购原料油的线性规划模型，该厂生产两种食用油产品：花生油和调和油，收购的原料油分为 A 和 B 两个等级，花生油全部由 A 级原料油精炼制成，而调和油则用 A 级和 B 级原料油混合精炼制成。模型的目标是满足约束的条件下，所获利润最大的收购计划。设 x_1 表示用于精炼花生油的 A 级原料油吨数，x_2 表示用于精炼调和油的 A 级原料油吨数，x_3 表示用于精炼调和油的 B 级原料油吨数。线性规划模型如下所示（重量单位：吨，货币单位：千元）：

$$\max z = 0.15x_1 + 0.12x_2 + 0.12x_3$$

$$s.t.\begin{cases} x_1 \le 180 & \text{（花生油需求量）} \\ x_2 + x_3 \le 125 & \text{（调和油需求量）} \\ x_1 + x_2 \le 225 & \text{（A级原料油的数量）} \\ x_3 \le 75 & \text{（B级原料油的数量）} \\ -4x_2 + x_3 \le 0 & \text{（调和油的质量要求）} \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

依次加入松弛变量 $x_4 \sim x_8$，可得初始单纯形表如表 1 所示。

表 1

			0.15	0.12	0.12	0	0	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0	x_4	180	1	0	0	1	0	0	0	0
0	x_5	125	0	1	1	0	1	0	0	0
0	x_6	225	1	1	0	0	0	1	0	0
0	x_7	75	0	0	1	0	0	0	1	0
0	x_8	0	0	−4	1	0	0	0	0	1
σ_j			0.15	0.12	0.12	0	0	0	0	0

迭代若干步后，可得单纯形表如表 2 所示。

表 2

			0.15	0.12	0.12	0	0	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
0.15	x_1		1	0	0	1	0	0	0	0
0	x_5		0	0	0	1	1	−1	−1	0
0.12	x_2		0	1	0	−1	0	1	0	0
0.12	x_3		0	0	1	0	0	0	1	0
0	x_8		0	0	0	−4	0	4	−1	1
σ_j						−0.03				

1、请将表 2 中的空格填写完整（共 12 个空格）。

2、填写完成的表 2 中所列的基可行解是否为最优解？若不是最优解，请继续迭代求得最优解；若是最优解，请判断该线性规划问题是否有其他的最优解，并说明理由。

3、若市场上可以购买到 A 级原料油，该食用油加工厂愿为 1 吨 A 级原料油支付的最高价格是多少？如果必须购买，以此价购买的数量多少为宜？

4、花生油的单位利润在什么范围内变化时，最优解保持不变？

五、计算题。（本题共 2 小题，第 1 小题 8 分，第 2 小题 17 分，共 25 分）

有 A_1, A_2, A_3 三个仓库，要把生产的产品运往 B_1, B_2, B_3 三个市场。若 B_1, B_2, B_3 三个市场需求量没有得到满足，则单位惩罚费用分别为 6，3，4（单位：千元）。各仓库的供应量、各市场的需求量以及单位运价如下表所示。请问应如何组织调运才能使总费用（运输费用和惩罚费用之和）最小？

市场 单位运价 仓库	B_1	B_2	B_3	供应量
A_1	6	4	7	15
A_2	5	7	8	30
A_3	2	5	6	25
需求量	20	40	30	

1、请将此问题化为产销平衡的运输问题；

2、请用最小元素法求得第 1 小题中产销平衡运输问题的一个初始调运方案，判断该方案是否为最优调运方案，并说明原因。

六、建模题。（本题共 30 分）

某省政府计划在辖区内的城市新建粮仓。从投资预算限制的角度出发，考虑最多新建 m 个粮仓。这 m 个粮仓将为 n 个城市供应粮食，n 个城市对粮食的需求分别为 $d_1, d_2, \cdots, d_n$。各城市都提出建设粮食仓库的申请，若在第 i 个城市建粮仓，其存储能力上限为 S_i（允许建设粮仓的规模小于 S_i），建设的固定投资费用为 f_i，建设单位存储能力的变动投资费用为 v_i（变动投资与建设规模成正比）。此外，在 i 处新建粮仓需改造该城市与其它城市间的运输设施，改造城市 i 到城市 j 的运输设施的投资费用为 f_{ij}，改造前从第 i 个城市到第 j 个城市的最大运输能力为 u_{ij}，而改造后为 U_{ij}。设在这些粮仓的整个使用寿命期间内，各城市之间的单位运价为 c_{ij}。请问：m 个粮仓建在何处才能既满足各个城市的粮食供应需求，又可以使总投资和运输费用最省？请建立相应的线性规划问题，只需建模，无需求解。