浙江工业大学

2020 年硕士研究生招生考试试题

考试科目：(665) 数学分析　　共 1 页

★★★★ 答题一律做在答题纸上，做在试卷上无效。 ★★★★

1. （15 分）求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sqrt[n]{(n+1)(n+2)\cdots(n+n)}}{n}$.

2. （15 分）求 $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1+x)^{\frac{1}{x}}-e}{x}$.

3. （20 分）设 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上二阶可导，且对任意的 $x\in[0,2]$ 满足：$|f(x)|\le 1$，$|f''(x)|\le 1$，证明对任意的 $x\in[0,2]$ 成立：$|f'(x)|\le 2$.

4. （20 分）求幂级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{n(2n-1)}x^{2n}$ 的收敛域以及和函数.

5. （20 分）把函数 $f(x)=x(\pi-x)$ 在 $[0,\pi]$ 上展开成正弦级数，并证明：

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{(2n-1)^3}=\frac{\pi^2}{32}.$$

6. （20 分） 设 $f(x,y)=|x-y|\varphi(x,y)$，其中 $\varphi(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点的一个领域内有定义，证明：当 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\varphi(x,y)=0$ 时，函数 $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 点可微.

7. （20 分）已知力场 $\vec{F}=yz\vec{i}+zx\vec{j}+xy\vec{k}$，试问把质点从原点沿直线移动到曲面 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1\ (a>0,\ b>0,\ c>0)$ 在第一象限部分上哪一点时做功最大？并求出最大功.

8. （20 分）设 $\{a_n\}$ 为正数列，证明： $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{(1+a_1)(1+a_2)\cdots(1+a_n)}=0$.